KULTUR NEU ENTDECKEN

SWR2

SWR2 Wissen

Georg Cantor und das Universum der Unendlichkeiten

Von Aeneas Rooch

Sendung vom: Freitag, 2. Februar 2024, 8.30 Uhr
Erst-Sendung vom: Montag, 3. Dezember 2018, 8.30 Uhr
Redaktion: Charlotte Grieser
Produktion: SWR 2018

„Unendlich“ lässt sich steigern! Es gibt Mengen, die „unendlicher“ sind als andere. Das war die große Erkenntnis des Mathematikers Georg Cantor. Damit eckte er in der Fachwelt an und wurde isoliert.

MANUSKRIPT

Musik

Erzähler:
Im Sommer 1917 wird ein alter Mann in die Nervenklinik der Universität Halle eingewiesen. Es ist nicht sein erster Aufenthalt in einer Psychiatrie. Er ist aufgewühlt, er ist durcheinander, er kann keinen klaren Gedanken fassen. Der Mann ist der Mathematikprofessor Georg Cantor.

Er hat an etwas Brisantem gearbeitet, etwas, das jahrhundertelang niemand gewagt hatte zu untersuchen, etwas, das die Fachwelt in Aufruhr versetzt hat: Georg Cantor hat die Unendlichkeit erforscht. Und dabei hat er Erstaunliches herausgefunden.

Ansage:
Geniale Mathematiker – Georg Cantor und das Universum der Unendlichkeiten. Eine Sendung von Aeneas Rooch.

Erzähler:
Georg Cantor war ein brillanter Mathematiker. Mit Leidenschaft dachte er über abstrakte Probleme nach, und er fand kreative, raffinierte Lösungen. Immer wieder rissen ihn Nervenzusammenbrüche aus seinen Gedanken heraus, und er verbrachte ganze Monate in der Psychiatrie. Doch immer wieder kehrte er an den Schreibtisch zurück und dachte sich wieder tief in die Mathematik hinein, in die abstrakte Welt von Logik, Zahlen und Mengen, auf der Suche nach einer Antwort. Ihn faszinierte eine Frage:

Sprecherin:
Was ist Unendlichkeit?

Erzähler:
Cantor war bei seiner mathematischen Arbeit auf etwas Merkwürdiges gestoßen, und als neugieriger Wissenschaftler begann er, es zu erforschen. Es hatte mit unendlich großen Mengen zu tun.

Sprecherin:
Cantors Überlegungen und Erkenntnisse sollten sein Fach revolutionieren, sie sollten zur Grundlage der modernen Mathematik werden. Die ganze Mathematik baut heute auf dem auf, was Cantor Ende des 19. Jahrhunderts herausfand, als er über unendlich große Mengen nachdachte. Jeder Anfänger lernt es heute im Mathematikstudium, doch zu Cantors Lebzeiten wurde das, was er herausfand, kaum verstanden und er selbst wurde von Kollegen attackiert, behindert und angefeindet.

Erzähler:
Der Mann, der es gegen alle Widerstände wagte, die Unendlichkeit zu erforschen, der diese sonderbaren Dinge herausfand und eine neue Epoche in der Mathematik einleitete – er sollte eigentlich gar kein Mathematiker werden. Sein Vater, ein

wohlhabender Kaufmann, stellte sich für seinen Sohn stattdessen einen nützlichen, gut bezahlten und angesehenen Beruf vor: Er wollte, dass Cantor Ingenieur würde.

Der jedoch entdeckte als Teenager Freude an abstrakten, mathematischen Überlegungen, und letztlich willigte der Vater ein: Georg Cantor begann im Jahr 1862, Mathematik zu studieren. Er studierte in Zürich und Göttingen und reichte nur fünf Jahre später in Berlin seine Dissertation ein, eine exzellente Arbeit über Zahlentheorie.

Musik

Atmo:
Mondäne Stadt um 1900

Erzähler:
Berlin faszinierte Cantor. Es war ein Hot-Spot der Forschung. Hier wollte er arbeiten, in der aufstrebenden preußischen Hauptstadt mit ihren Theatern, Museen und Bibliotheken, wo Weltklasse-Mathematiker wie Karl Weierstraß und Leopold Kronecker an den neusten Problemen forschten. Doch erst einmal nahm der junge Mann die nächstbeste Stelle an, die sich ihm bot: An der Universität Halle.

Atmo:
Vogelzwitschern

Erzähler:
Es war eine Provinzuniversität, und Cantor wollte nur ein paar Jahre bleiben, bis er eine Professur an einer namhaften Universität erhalten würde. Es schien nur eine Frage der Zeit: Er war ein begabter Mathematiker, hatte kreative Ideen und war durch und durch ein begeisterter Wissenschaftler, der sich sogar für Malerei und Literatur interessierte. Ein Fachkollege schrieb über ihn:

Zitator:
„So berichten alle, die ihn kannten, von seinem sprühenden, witzigen, originellen Naturell, das leicht zur Explosion neigte und stets von heller Freude über die eigenen Einfälle war.“

Erzähler:
Der Cantor-Biograph Walter Purkert, Mathematik-Professor an der Universität Bonn, bestätigt:

O-Ton Walter Purkert:
Alle die Dinge, die ihn interessierten, hat er mit großer Begeisterung anderen darzulegen versucht oder ihnen nahezubringen versucht. Er war also durchaus nicht der abgeschlossene Mathematiker, irgendwie unzugänglich oder so, überhaupt nicht.

Erzähler:
Mit Begeisterung und Faszination beschäftigte sich Cantor mit mathematischen Fragen, und er dachte sich tief in den mathematischen Kosmos ein, in die Welt der

abstrakten Begriffe und der logischen Schlussfolgerungen. Hier in Halle, das er übrigens nicht mehr verlassen sollte, begann er, das Fundament der modernen Mathematik zu legen: Im Alleingang begründete er die Mengenlehre – und kam dabei der Natur der Unendlichkeit auf die Spur.

Musik

Sprecherin:
Georg Cantor erforschte Mengen. Er machte sich Gedanken, was eine Menge – ganz abstrakt und allgemein – überhaupt ist, das heißt, welche Eigenschaften sie hat. Für den Alltag ist das nicht von Belang, doch für die Mathematik umso mehr.

Zum einen benötigen Mathematiker für ihre logischen Schlussfolgerungen, also ihre Beweise, handfeste, präzise Definitionen. Nur wenn sie exakt und unmissverständlich benennen können, was das Objekt, über das sie nachdenken und diskutieren, genau ist, nur dann können sie penibel und wasserdicht argumentieren und sich sicher sein.

Zum anderen sind Mengen in der Mathematik besonders wichtige Objekte. Die gesamte Wissenschaft – was „Zahlen“ und „Funktionen“ sind, wie man mit ihnen rechnet und alles andere –, wird heute logisch mithilfe der Mengenlehre hergeleitet. Dabei geht es nicht um Mengen wie „fünf Äpfel“ oder „drei Birnen“, es geht nicht um Grafiken mit sich überschneidenden Kreisen, sondern es geht um den Begriff der „Menge“ ganz allgemein. Die abstrakte Mengenlehre ist einer der Grundbausteine, auf denen die gesamte Mathematik aufbaut. Und Cantor hat sie als erster systematisch erforscht. Es war ihm nicht „einfach so“ in den Sinn gekommen – er hatte an Problemen gearbeitet, die im Mainstream der damaligen Forschung lagen.

Bei seinen abstrakten Überlegungen stieß Cantor auf etwas Unglaubliches, jenseits aller Anschaulichkeit: Er fand heraus, dass manche unendlichen Zahlenmengen zwar „unendlich groß“, aber doch irgendwie „verschieden groß“ sind. Cantor hatte entdeckt, dass es verschiedene Größenordnungen von „unendlich“ gab.

Erzähler:
Was Unendlichkeit ist, hat Menschen schon früh beschäftigt. Der griechische Philosoph Aristoteles beschrieb um 350 vor Christus, wie man sich Unendlichkeit vorstellen kann: als das „potenziell Unendliche“, sagt Karin Richter, Mathematik-Professorin an der Universität Halle.

O-Ton Karin Richter:
Potentiell unendlich – eine Menge, welcher prinzipiell unendlich viele Objekte hinzufügbar sind, das heißt, also ich habe etwas und ich kann etwas hinzufügen und hinzufügen und hinzufügen, drei Pünktchen, immer fort. Das ist das potenziell Unendliche.

Erzähler:
Die Menge der natürlichen Zahlen kann man sich genau so vorstellen:

Sprecherin:
1, 2, 3, 4, … man kann immer noch eine weitere Zahl hinzufügen und erhält so – „potenziell“ eben – unendlich viele Zahlen. Aber eben nur „potenziell“, in der Vorstellung.

Erzähler:
Davon unterscheidet Aristoteles das „aktual Unendliche“:

O-Ton Karin Richter:
Das ist eine Menge, die bereits aus unendlich vielen Objekten besteht, etwas Unendliches, was schon fertig ist. Und nun sagt Aristoteles: Letzteres, das aktual Unendliche, ist also eine unendliche Menge, die schon fertig ist, das ist nicht möglich.

Sprecherin:
Man kann sich zwar vorstellen, wie eine Menge wächst und potenziell unendlich groß wird; aber das Unendliche als ein fertiges Objekt ist unvorstellbar.

Erzähler:
Im Mittelalter deutet der Kirchenlehrer Augustinus gar: Das aktual Unendliche, das fertige Unendliche – das ist Gott. Für Jahrhunderte blieb die mittelalterliche Deutung unangetastet. Mathematiker arbeiteten guter Dinge und ohne Probleme mit dem potenziell Unendlichen, dem Vorgang des Immer-neu-Hinzufügens. Beispielsweise berechneten sie die Fläche eines Kreises, indem sie den Kreis durch immer mehr und immer kleinere Vielecke annäherten, durch – potenziell – unendlich viele. Das funktionierte gut. Das „fertige Unendliche“ jedoch – Gott – kann man einfach nicht erforschen, da waren sich Theologen und Mathematiker einig.

O-Ton Karin Richter:
So, und jetzt passiert’s, jetzt platzt gleich die Bombe, jetzt kommt Georg Cantor.

Musik

Erzähler:
Er wollte mathematisch erforschen, was keiner vor ihm gewagt hatte: das fertige Unendliche. Er sah keinen Grund, es nicht zu tun. Im Gegenteil. Er meinte:

Zitator Cantor:
Das Wesen der Mathematik liegt gerade in ihrer Freiheit

O-Ton Karin Richter:
Für die damalige Zeit, also Ende des 19. Jahrhunderts, war das so etwas wie ein Urknall, die völlige Umdrehung der bisherigen Sichtweise der Mathematik.

Erzähler:
Der Mann, der sich daran machte, das Unendliche zu erforschen, war kein verschrobener Eigenbrötler, der nur abstrakte Mathematik im Kopf hatte. Kollegen und Studenten lernten Cantor in Halle als einen etwas zerstreuten, aber vielseitig interessierten Wissenschaftler kennen, dessen Auftritte nicht nur wegen seiner imposanten Statur Eindruck hinterließen: Mit seiner witzigen Art sorgte Cantor dafür,

dass viele Diskussionen erst spät in der Nacht ausgelassen endeten. Wenn ihm jemand eine neue Idee schilderte, tat er sich zwar schwer damit, darauf einzugehen – Zuhören war nicht seine Stärke –, trotzdem war er ein beliebter Gesprächspartner: Er hatte kreative Einfälle und verfolgte seine Ideen mit Hingabe.

Doch obwohl Fachkollegen Cantors Meinung zu mathematischen Problemen schätzten und sich gern mit ihm austauschten, bestritt er seine Forschung im Wesentlichen allein.

Sprecherin:
Jahrhundertelang waren Theologen, Philosophen und Mathematiker der Überzeugung, dass Unendlichkeit – die fertige Unendlichkeit – dem Menschen schlicht nicht zugänglich ist. So schrieb Carl Friedrich Gauß, der Mathematiker-Fürst, nur wenige Jahrzehnte zuvor in einem Brief:

Zitator Gauß:
So protestiere ich gegen den Gebrauch einer unendlichen Größe als einer vollendeten, welches in der Mathematik niemals erlaubt ist.

Musik

Erzähler:
Cantor aber wagte es: Er wollte sie erforschen, die Unendlichkeit als fertiges Objekt. So, wie ein Botaniker Pflanzen in Art und Gattung einordnet, wollte er unendliche Mengen klassifizieren, und mit den natürlichen Zahlen fing er an. Sie waren in seinen Augen die einfachste Form von Unendlichkeit. Unendlich viele Zahlen zwar, aber immerhin übersichtlich durchnummeriert.

Sprecherin:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, …

Erzähler:
Auch heute noch werden die natürlichen Zahlen zum Vergleich herangezogen, wenn eine unendliche Menge untersucht wird, sagt Mathematik-Professorin Karin Richter:

O-Ton Karin Richter:
Und immer dann, wenn ich in dieser unendlichen Menge die Elemente durchzählen kann, wenn ich also sagen kann, das ist Element 1, das ist Element 2, das ist Element 3, das ist Element 4 und so fort, wenn ich das machen kann, dann sage ich: Die Menge ist abzählbar, abzählbar unendlich, und zwar mit Hilfe der natürlichen Zahlen.

Erzähler:
Diese Art zu vergleichen lieferte Cantor überraschende Erkenntnisse: Die Menge der natürlichen Zahlen (1, 2, 3 und so weiter) wird beispielsweise nicht „mehr unendlich“, nicht größer, wenn man die negativen Zahlen mit hinzunimmt (–1, –2, –3 und so weiter). Intuitiv hat man zwar das Gefühl, dadurch würde die Menge doppelt so groß,

aber die Menge aus allen positiven und negativen Zahlen ist unendlich, und zwar von der gleichen Größenordnung wie die Menge der natürlichen Zahlen allein.

Sprecherin:
Denn genau so, wie man die natürlichen Zahlen in einer Reihe anordnen kann, kann man auch alle positiven und negativen Zahlen zusammen in einer Reihe anordnen: 1, –1, 2, –2, 3, –3 und so weiter. Und etwas in einer Reihenfolge abzählen zu können, genau wie die natürlichen Zahlen, bedeutet: Es hat die gleiche Stufe von Unendlichkeit, die gleiche Mächtigkeit. Unendlich plus unendlich… ist immer noch unendlich.

Erzähler:
Das Rechnen mit unendlich großen Mengen folgt anderen Gesetzen als das Rechnen mit Zahlen. Es ist nicht intuitiv, es widerspricht unserem Bauchgefühl. Cantor fragte sich, ob es auch eine höhere Stufe von „unendlich" gibt, mehr als abzählbar, und er nahm sich die Brüche vor.

Musik

Sprecherin:
Brüche scheint es viel mehr zu geben als natürliche Zahlen. Allein zwischen 0 und 1 liegen bereits unendlich viele Brüche: 1/2, 1/4, 3/7, 1/1000 – unendlich viele. Und zwischen 1 und 2 ebenso. Und so weiter.

Erzähler:
Cantor wollte nun wissen, wie viele Brüche es gibt, im Vergleich zu den natürlichen Zahlen, und er fand etwas Seltsames heraus: Es sind gleich viele!

Erzähler:
Mit einem Trick konnte Cantor auch die Brüche so anordnen, dass er sie durchnummerieren konnte, und damit konnte er sie durchzählen wie die natürlichen Zahlen, und das heißt: Es gibt gleich viele. Wie Cantor die Brüche anordnete, um sie durchzuzählen, war genial. Denn beim Durchzählen musste er sich sicher sein, dass er keinen Bruch vergisst und dass er keine Durchzähl-Nummer ein zweites Mal vergibt. Um das zu erreichen, schrieb Cantor alle Brüche in eine Tabelle. In die erste Zeile schrieb er alle Brüche, die unter dem Strich eine 1 haben (das heißt: alle „Ganzen").

Sprecherin:
1 Ganzes, 2 Ganze, 3 Ganze, 4 Ganze und so weiter.

Erzähler:
In die zweite Zeile schrieb er alle Brüche, die unten eine 2 haben (alle „Halben").

Sprecherin:
1/2, 2/2, 3/2, 4/2 und so weiter.

Erzähler:
In Zeile drei schrieb es alle Brüche mit einer 3 unten (alle „Drittel"), in Zeile 4 alle Brüche mit einer 4 unten (alle „Viertel") und so fort. Jetzt wollte er die Brüche durchnummerieren, aber das ist nicht so einfach, sagt Mathematikerin Karin Richter:

O-Ton Karin Richter:
Jetzt könnte ich ja so vorgehen, dass ich sage: Na, ich fange einfach oben an bei 1/1, und jetzt zähle ich in der Zeile fort. Problem: Ich komm ja nie ans Ende. Da stehen irgendwann diese drei Pünktchen, also ich kann zählen und zählen, aber ich komm nie auf die zweite Zeile runter.

Erzähler:
Cantor benutzte einen Trick, verblüffend einfach, aber brillant: Er zählte nicht entlang von Zeilen oder Spalten – die sind ja unendlich lang –, sondern entlang von Diagonalen, jeweils von links unten nach rechts oben, quer durch Reihen und Spalten. Die Diagonalen werden zwar immer länger, aber jede Diagonale endet irgendwann in der ersten Zeile, irgendwo rechts oben. Und jedes Mal, wenn Cantor an einen Bruch kam, den er vom Wert her schon hatte – wie 1/2 und 2/4, was das Gleiche ist –, übersprang er ihn einfach.

O-Ton Karin Richter:
Und auf die Art und Weise erwische ich tatsächlich jeden Bruch irgendwann einmal. In einer komischen Reihenfolge, aber immerhin: Ich erwische ihn.

Erzähler:
Cantors hatte mit seinem sogenannten „Diagonalverfahren" gezeigt: Obwohl es viel mehr Brüche zu geben scheint als natürliche Zahlen, kann man die Brüche durchnummerieren – genau wie die natürlichen Zahlen. Und das heißt: Es gibt gleich viele. Nun nahm sich Cantor die reellen Zahlen vor.

Sprecherin:
Das heißt: Alle Brüche, und dazu noch eine riesige Menge weiterer Zahlen, wie alle Wurzelzahlen und die Zahl Pi.

Erzähler:
Auch diese Menge an Zahlen wollte er durchnummerieren. Doch hier stieß Cantor auf etwas Unheimliches: Es geht nicht!

Cantor konnte beweisen: Die reellen Zahlen kann man nicht durchnummerieren – es ist unmöglich. Um das zu belegen, nutzte er eine spezielle mathematische Technik, einen sogenannten „Widerspruchs-Beweis".

Musik

Sprecherin:
Bei einem Widerspruchsbeweis beginnen Mathematiker mit einer Annahme. Aus dieser Annahme ziehen sie logische Schlussfolgerungen. Wenn bei diesen korrekten

Schlussfolgerungen aber etwas Widersprüchliches herauskommt – etwas Falsches, etwas Unmögliches, etwas Unsinniges –, dann wissen sie: Die Annahme, mit der sie angefangen haben, muss falsch gewesen sein.

Erzähler:
Cantor wollte zeigen, dass man die reellen Zahlen nicht durchnummerieren kann. Dazu nahm er an, dass es doch geht, dass man die reellen Zahlen abzählen kann, und gelangte von dieser Annahme aus zu einem Widerspruch. Ein Klassiker, sagt Mathematikerin Karin Richter.

O-Ton Karin Richter:
Wir stellen uns vor, die reellen Zahlen sind abzählbar, ich kann sie also durchzählen, ich kann also eine Liste der reellen Zahlen machen. Und jetzt kommt Cantor und sagt: Jetzt passt mal auf, ich kann eine reelle Zahl konstruieren, die in dieser Liste noch nicht vorkommt. Ihr habt mindestens eine Zahl vergessen. Also: Jede Liste ist so, dass mindestens eine Zahl nicht vorkommt, das heißt also, Eure Annahme, man kann durchzählen, man kann eine Liste aufschreiben, die kann nicht richtig sein.

Erzähler:
Es war eine wasserdichte, logische Beweisführung. Ohne Zweifel. Cantor hatte bewiesen: Man kann die reellen Zahlen nicht durchnummerieren. Es sind unendliche viele. Aber nicht wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3 und so weiter, sondern „mehr unendlich".

Musik

Erzähler:
Es war kurios. Cantor hatte herausgefunden: Manche unendlichen Mengen sind „größer" als andere, sie gehören einer anderen Ordnung von Unendlichkeit an. 1877 schrieb er an einen Kollegen:

Zitator Cantor:
Ich sehe es, aber ich kann es nicht glauben!

Musik aus

Erzähler:
Cantor hatte zwei verschieden große Unendlichkeiten entdeckt. Und er fand noch mehr: Er bewies, dass man zu jeder unendlichen Menge mit bestimmten Eigenschaften eine neue unendliche Menge konstruieren kann, die von einer höherwertigeren Unendlichkeit ist als die Ursprungsmenge. Da man dieses Verfahren wiederum auf die neue Menge anwenden kann, erhält man eine dritte Menge mit abermals größerer Mächtigkeit, eine vierte, eine fünfte und so weiter. Cantor hatte ein ganzes Universum an Unendlichkeiten entdeckt. Ein Universum an verschieden großen Unendlichkeiten.

Erzähler:
Bei vielen Fachkollegen stießen Cantors Untersuchungen und Erkenntnisse auf Ablehnung.

O-Ton Walter Purkert:
Das war natürlich eine totale Revolution in der Mathematik und ist zunächst auch wenig verstanden worden.

Erzähler:
Der namhafte Berliner Mathematiker Leopold Kronecker etwa hielt Cantors Forschung für Unfug. Sie widersprach seinem mathematischen Weltbild. Sein Credo lautete:

Zitator Kronecker:
Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk.

Erzähler:
Kronecker griff Cantor heftig an. Er beschimpfte ihn und nutzte seinen Einfluss, um eine Veröffentlichung von Cantors Forschungsergebnissen zu verzögern. Mit Cantor und Kronecker prallten zwei Welten, zwei mathematische Glaubensrichtungen, zwei Denkweisen aufeinander.

Musikakzent

Erzähler:
Cantor hatte immer davon geträumt, eine Professur in Berlin zu bekommen, doch mit der Zeit schien er sich damit abzufinden, in der Provinz zu bleiben. Er erhielt an der Universität zwar nur ein bescheidenes Einkommen, aber mit dem Geld, das er von seinem Vater geerbt hatte, führte er in Halle ein angenehmes Leben: Er hatte geheiratet, war Vater von sechs Kindern und hatte ein Haus im Grünen gekauft, in dem er sich eine umfangreiche Bibliothek einrichtete.

Als er 1884 erkrankte und seine große schöpferische Phase endete, war der Traum von Berlin sowieso geplatzt: Eine Berufung kam dann nicht mehr in Betracht.

O-Ton Walter Purkert:
Diese Krankheit – das ist wirklich Tragik. Also wenn man das erlebt von einem nahen Menschen, weiß man, was das bedeutet. Und damals gab es ja nicht Psychopharmaka, die das stabilisierten. Das gibt es ja heute, sie können manisch-depressive Erkrankungen doch relativ gut stabilisieren. Und das war nicht der Fall, und es war natürlich auch für die Familie eine große Belastung, wenn solche Phasen eintraten.

Musik

Erzähler:
In manischen Phasen war Cantor überdreht und aufbrausend, er wollte gar seine Professur niederlegen und für den preußischen Geheimdienst arbeiten. In depressiven Phasen hingegen war er wie gelähmt, völlig unfähig, irgendetwas zu tun. Seine Frau, eine lebenstüchtige und gebildete Person, tat zwar wohl alles ihr Mögliche, um ihm zu helfen, ebenso seine Kinder, doch es blieb ihnen allen, Cantor und seiner Familie, zu der damaligen Zeit nichts anderes übrig, als die Krankheitsphasen auszusitzen. Immer wieder kehrte Cantor an seine Arbeit zurück, doch immer wieder wurde er durch neue Nervenzusammenbrüche herausgerissen.

Ist Cantor womöglich an der Unendlichkeit erkrankt? Hat ihn die Beschäftigung mit dem Übermenschlichen um den Verstand gebracht? Der Mathematiker Walter Purkert widerspricht:

O-Ton Walter Purkert:
Man kann also nicht sagen, er ist krank geworden, weil er sich mit sehr schwerwiegenden Problemen, die er nicht lösen konnte, auseinandergesetzt hat, wie das immer wieder kolportiert wird, oder weil er sich über Kronecker geärgert hat. Es kann natürlich sein, dass die Krankheit, sozusagen der Ausbruch durch solche Krisen mitausgelöst wird, also er hatte eine besonders schwere Krise, nachdem sein Sohn im Alter von zwölf Jahren gestorben ist, also das ist ja auch verständlich, dass man dann zu Depressionen neigen kann.

Erzähler:
Und verzweifelt. Cantors Sohn Rudolf war beim Radfahren umgefallen und gestorben; die Diagnose lautete „Herzschlag“.

O-Ton Walter Purkert:
Das wär ja auch schlimm, wenn die Studenten aus der Geschichte lernen, wenn sie sich sehr in ein Problem vertiefen, dass sie dann psychisch erkranken. Das ist einfach ein Märchen.

Erzähler:
Eine große Frage blieb offen. Cantor hatte ein ganzes Universum an Unendlichkeiten entdeckt, eine unendliche Fülle von Unendlichkeitsstufen. Er wusste, dass die ganzen Zahlen (1, 2, 3 und so weiter) zur ersten Unendlichkeitsstufe gehören – sie sind „abzählbar“. Und er wusste, dass die reellen Zahlen (zu denen die Wurzelzahlen gehören) von einer höheren Unendlichkeits-Stufe sind – sie sind „überabzählbar“, das heißt „mehr“ unendlich. Aber gibt es noch irgendetwas dazwischen? Gibt es eine Menge, deren Mächtigkeit zwischen der der einzelnen natürlichen Zahlen und dem dichten Kontinuum der reellen Zahlen liegt? Cantor hatte eine Vermutung.

Sprecherin:
Er glaubte, dass es zwischen der Unendlichkeit der natürlichen Zahlen und der Unendlichkeit der reellen Zahlen, dem Kontinuum, keine weitere Unendlichkeitsstufe gibt. Diese Vermutung wurde bekannt als „Kontinuumshypothese“.

Erzähler:
Cantor versuchte, die Kontinuumshypothese zu beweisen, doch immer wieder lief er in eine Sackgasse. Vielleicht war die Hypothese falsch… und es gibt doch eine Unendlichkeitsstufe zwischen den natürlichen und den reellen Zahlen? Cantor versuchte also, die Kontinuumshypothese zu widerlegen, doch auch hier kam er nicht weiter. Es war wie verhext. Bis zu seinem Tod konnte Cantor diese Frage nicht klären.

Sprecherin:
Was Cantor nicht wissen konnte und wohl niemals für möglich gehalten hätte: Seine Kontinuumshypothese – seine Vermutung, dass es zwischen den natürlichen Zahlen und den reellen Zahlen keine weitere Unendlichkeitsstufe gibt –, diese Hypothese lässt sich weder beweisen noch widerlegen. Man kann nicht sagen, ob sie wahr oder falsch ist. Das zeigte ein halbes Jahrhundert nach Cantors Tod, in den 1960er-Jahren, der amerikanische Logiker Paul Cohen.

Es hat mit der größten Krise der Mathematik zu tun, einem strukturellen Problem tief im Inneren, das der bedeutende österreichische Logiker Kurt Gödel entdeckte: Es gibt Fragen, die man per se nicht beantworten kann, egal, wie man es anstellt – und Cantors Kontinuumshypothese gehört dazu. Seine Bemühungen waren von vornherein zum Scheitern verurteilt.

Musik

Erzähler:
Georg Cantor war Ende des 19. Jahrhunderts durch konkrete mathematische Probleme auf das faszinierende Gebiet der unendlichen Mengen gestoßen. Er hat es mit Einfallsreichtum und Energie erforscht und unvorstellbare Dinge über die Unendlichkeit herausgefunden. So hat Cantor mit seiner Arbeit ein Fundament gelegt, auf dem das gesamte heutige Fach aufbaut. Er war einer der bedeutendsten modernen Mathematiker.

O-Ton Walter Purkert:
Er soll einmal zu seinem Sohn gesagt haben: Solange man Mathematik betreiben wird, werden meine Lehren von Bedeutung sein. Und das stimmt auch.

Musik

Erzähler:
Im Sommer 1917 wird ein alter Mann in die Nervenklinik der Universität Halle eingewiesen. Der Mann ist der Mathematikprofessor Georg Cantor. Es ist nicht sein erster Aufenthalt in einer Psychiatrie – es ist sein letzter. Ein halbes Jahr bleibt er in der Nervenklinik, gefangen zwischen Manie und Depression, und stirbt am 6. Januar 1918.

Abspann:

SWR2 Wissen (mit Musikbett)

Sprecher:
Georg Cantor und das Universum der Unendlichkeiten. Von Aeneas Rooch. Gesprochen von Marc Oliver Schulze und Marit Beyer. Regie: Felicitas Ott. Redaktion: Charlotte Grieser. Eine Produktion von 2018.

Wir haben Porträts vieler weiterer Mathematikerinnen und Mathematiker: https://www.swr.de/swr2/wissen/mathematiker-wissen-102.html

Abbinder

*****